
Fachlehrpläne

Gymnasium: Mathematik 10

M10 1: Exponentielles Wachstum und Logarithmus (ca. 18 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben und veranschaulichen die Charakteristika von exponentieller Zunahme und exponentieller Abnahme. Sie grenzen exponentielles Wachstum begründet von linearem Wachstum ab.
- beschreiben für Funktionen mit Termen der Form $b \cdot a^x$ in Abhängigkeit von a und b den Verlauf des zugehörigen Graphen und dessen typische Merkmale (Schnittpunkt mit der y -Achse, asymptotisches Verhalten, Monotonieverhalten) und argumentieren damit. Zur Demonstration und Erläuterung dieser Beziehungen nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- erläutern die Definition des Logarithmus und ermitteln Werte von Logarithmen in einfachen Fällen mithilfe der Definition, andernfalls mit dem Taschenrechner.
- lösen einfache Exponentialgleichungen und wenden dabei auch die Regel $\log_b(u^z) = z \cdot \log_b(u)$ an.
- lösen realitätsnahe Aufgabenstellungen im Zusammenhang mit Wachstums- und Abklingvorgängen (z. B. Bevölkerungsentwicklung, radioaktiver Zerfall) graphisch und rechnerisch. Dabei erstellen sie ein für die Realsituation geeignetes Modell, hinterfragen ihre Ergebnisse kritisch, variieren bei Bedarf ihre Modellierung und benennen Grenzen des jeweiligen Modells. Die Lösungswege anderer vollziehen sie nach und kommentieren sie hinsichtlich der Modellierung konstruktiv. Sie bewerten Ergebnisse im Sachzusammenhang, z. B. hinsichtlich von Chancen und Risiken des technologischen Fortschritts.

M10 2: Zusammengesetzte Zufallsexperimente und stochastische Simulationen (ca. 15 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- strukturieren zusammengesetzte Zufallsexperimente mit Baumdiagrammen, auch unter Zurückführung auf Urnenexperimente.
- machen anhand von Beispielen die Pfadregeln plausibel und berechnen mithilfe dieser Regeln Wahrscheinlichkeiten.
- simulieren Zufallsexperimente und bestimmen so Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten, die sie noch nicht berechnen können (z. B. zu den „vertauschten Briefen“ oder zum „Ziegenproblem“), bzw. überprüfen berechnete Wahrscheinlichkeiten auf Plausibilität (z. B. zum „Geburtstagsproblem“).
- bestimmen mithilfe der Monte-Carlo-Methode unter Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms oder einer anderen geeigneten Software (z. B. unter Verwendung bedingter Anweisungen) einen Näherungswert für die Kreiszahl π . Sie vergleichen dieses Verfahren mit einem nicht zufallsbasierten Verfahren zur Bestimmung eines Näherungswerts von π , das z. B. auf der Streifenmethode beruht.

M10 3: Sinus- und Kosinusfunktion (ca. 17 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verstehen das Bogenmaß als alternative Möglichkeit, Winkelgrößen zu beschreiben, und wechseln sicher zwischen Bogen- und Gradmaß. Sie veranschaulichen das Bogenmaß am Einheitskreis.
- veranschaulichen auf der Grundlage ihrer in der Jahrgangsstufe 9 erworbenen Kenntnisse Sinus- und Kosinuswerte von Winkelgrößen zwischen 0 und 2π am Einheitskreis und ermitteln insbesondere das zugehörige Vorzeichen sicher. Sie bestimmen die Größen von Winkeln, die einen vorgegebenen Sinus- oder Kosinuswert besitzen.
- erläutern, wie sich die Werte von Sinus und Kosinus für Winkelgrößen größer als 2π sowie für negative Winkelgrößen mithilfe des Einheitskreises auf Werte für Winkelgrößen zwischen 0 und 2π zurückführen lassen.

- leiten mithilfe des Einheitskreises den Verlauf der Graphen der Sinus- und der Kosinusfunktion ab und begründen insbesondere deren Periodizität sowie den Zusammenhang zwischen den beiden Funktionen.
- beschreiben für Funktionen mit Termen der Form $a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$, wie sich Änderungen der Parameter a , b , c und d auf den Funktionsgraphen auswirken. Zur Untersuchung, Demonstration und Erläuterung dieser Zusammenhänge nutzen sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- zeichnen für einen gegebenen Funktionsterm der Form $a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$ unter Verwendung geeigneter Merkmale (insbesondere Amplitude und Periode) den zugehörigen Funktionsgraphen und ermitteln umgekehrt aus dem Graphen den zugehörigen Funktionsterm.
- lösen realitätsbezogene Problemstellungen zu periodischen Vorgängen graphisch und rechnerisch, indem sie geeignete Modellierungen – v. a. mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen – durchführen und bei Bedarf variieren.

M10 4: Ganzrationale Funktionen (ca. 12 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verstehen ganzrationale Funktionen als Summe von Potenzfunktionen mit ganzzahligen nicht negativen Exponenten und begründen anhand des Funktionsterms (in allgemeiner oder faktorisierte Form) das Verhalten einer ganzrationalen Funktion an den Rändern des Definitionsbereichs. Sie bestimmen in Fällen angemessener Komplexität – auch durch Lösen von biquadratischen Gleichungen mittels Substitution – Nullstellen und deren Vielfachheit und erstellen mit deren Hilfe eine Skizze des Graphen, die sie, z. B. durch reflektierte Verwendung einer geeigneten Software (Funktionenplotter), kontrollieren.
- ziehen aus dem Graphen einer ganzrationalen Funktion, soweit möglich, Rückschlüsse auf den Grad der Funktion oder auch auf den zugehörigen Funktionsterm.
- überprüfen rechnerisch sowie durch Analyse der Struktur des Funktionsterms, ob der Graph einer ganzrationalen Funktion Achsensymmetrie bezüglich der y-Achse bzw. Punktsymmetrie bezüglich des Koordinatenursprungs aufweist.

M10 5: Fortführung der Raumgeometrie (ca. 22 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- skizzieren Schrägbilder von Pyramiden und Kegeln, zeichnen zugehörige Netze und beschreiben diese Körper sowie ihre Grund- und Mantelflächen mit Fachbegriffen.
- erläutern, inwiefern man gerade Kreiszylinder, gerade Kreiskegel und Kugeln als Rotationskörper interpretieren kann.
- begründen die Formel zur Bestimmung des Oberflächeninhalts eines geraden Kreiskegels; sie verwenden dazu geeignete Skizzen.
- machen, ausgehend von geraden Prismen, z. B. mithilfe des Prinzips von Cavalieri plausibel, dass auch das Volumen eines schiefen Prismas gleich dem Wert des Produkts aus Grundflächeninhalt und Höhe ist. Sie machen die Struktur der Formel zur Bestimmung des Volumens einer Pyramide plausibel.
- machen die Formel zur Bestimmung des Volumens eines Kreiskegels plausibel, indem sie diesen Körper als Grenzfall von Pyramiden betrachten.
- machen die Struktur der Formeln zur Bestimmung des Volumens bzw. des Oberflächeninhalts einer Kugel plausibel.
- nutzen auch in Sachzusammenhängen zur Bestimmung von Volumina, Oberflächeninhalten, Längen und Winkelgrößen flexibel die bisher bekannten Volumen- und Oberflächeninhaltsformeln sowie geometrische Kenntnisse aus anderen Lernbereichen (insbesondere trigonometrische Zusammenhänge, Strahlensatz und Satz des Pythagoras). Ihre Lösungswege entwickeln sie dabei auf der Grundlage eines gewachsenen räumlichen Vorstellungsvermögens anhand von Überlegungen an geeigneten Skizzen, in einfachen Fällen auch im Kopf. Sie dokumentieren ihre Lösungswege nachvollziehbar, präsentieren sie fachsprachlich korrekt in ansprechender und überzeugender Form und beurteilen unterschiedliche Vorgehensweisen vergleichend.